EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 079

5p **1.** Să se verifice că $\frac{\log_5 18 - \log_5 2}{\log_5 3} = 2$.

5p **2.** Se consideră funcţiile $f, g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin $f(x) = x+1$, $g(x) = 2x+2$, $h(x) = 3x+3$. Să se verifice relaţia $f \cdot (g+h) = f \cdot g + f \cdot h$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\frac{1}{2^x} = \frac{4^x}{8}$.

5p **4.** Să se determine câte numere de 4 cifre distincte se pot forma cu elementele mulţimii $\{1,2,3,4\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,0)$ şi $B(m^2-1,0)$, cu $m \in \mathbb{R}$. Să se determine valorile reale ale lui m astfel încât punctul $C(5,0)$ să fie mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Se consideră patrulaterul $ABCD$ în care $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. Să se demonstreze că $ABCD$ este paralelogram.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 079

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se calculeze $A\cdot B$.

5p **b)** Să se rezolve ecuaţia matricială $A\cdot X=B$, unde $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **c)** Să se demonstreze că matricea A verifică egalitatea $A^2-4A+5I_2=O_2$, unde $A^2=A\cdot A$.

2. Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziţie $x\circ y=x+y-14,\ \forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se rezolve ecuaţia $x\circ x=2$.

5p **b)** Să se demonstreze că legea "$\circ$" este asociativă.

5p **c)** Să se demonstreze că $(\mathbb{R},\circ)$ este grup comutativ.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 079

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x+3^x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine asimptota spre $-\infty$ a funcţiei f.

5p **c)** Să se arate că funcţia f este convexă pe $\mathbb{R}$.

2. Pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcţiile $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{x^n}{x+1}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int(x+1)f_2(x)\,dx$, unde $x\in[0,1]$.

5p **b)** Să se determine aria suprafeţei plane cuprinse între graficul funcţiei f_1, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=1$.

5p **c)** Să se arate că $\int_0^1 f_{2008}(x)\,dx\le\ln 2$.