Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 071

5p **1.** Să se verifice că $C_5^1 + C_5^3 + C_5^5 = 2^4$.

5p **2.** Să se rezolve ecuația $2^x \cdot 3^x = 36$.

5p **3.** Să se arate că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 - (2m-3)x + m - 1 = 0$ verifică egalitatea $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = -1$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $\log_5\left(x^2 + 2x - 3\right) = 1$.

5p **5.** Să se calculeze aria paralelogramului $ABCD$, știind că $AB = 8$, $BC = 10$ și $m(\sphericalangle BCD) = 150^\circ$.

5p **6.** Se consideră triunghiul echilateral ABC de centru O. Dacă punctul M este mijlocul segmentului BC, să se determine numărul real a astfel încât $\overrightarrow{AO} = a \cdot \overrightarrow{AM}$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 071

1. Se consideră matricea $M = \begin{pmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ cu $x, y \in \mathbb{R}$. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(0,3)$, $O(0,0)$ şi $C_n(n+1, 2-n)$ cu $n \in \mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se calculeze determinantul matricei M.

5p **b)** Să se arate că punctele A, B, C_2 sunt coliniare.

5p **c)** Să se determine numărul natural nenul n astfel încât aria triunghiului AOC_n să fie minimă.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziție $x \perp y = (x-3)(y-3)+3$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se arate că $(x+3) \perp \left(\frac{1}{x}+3\right) = 4$ oricare ar fi $x \in \mathbb{R}^*$.

5p **b)** Să se arate că legea „$\perp$” are elementul neutru $e = 4$.

5p **c)** Să se determine elementele simetrizabile ale mulțimii $\mathbb{R}$ în raport cu legea „$\perp$”.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 071

1. Pentru orice $n \in \mathbb{N}$ se consideră funcțiile $f_n : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f_0(x) = \ln x$ și $f_n(x) = f'_{n-1}(x)$.

5p **a)** Să se determine funcția f_1.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f_2.

5p **c)** Să se arate că $f_0(x) \le \dfrac{1}{f_1(x)} - 1$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{2x}{1+x^2}$.

5p **a)** Să se calculeze $\displaystyle\int_0^{\sqrt{e-1}} f(x)\,dx$.

5p **b)** Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este funcție crescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^2 f(x)\,dx > \int_2^3 f(x)\,dx + \int_3^4 f(x)\,dx$.