EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 064

5p **1.** Știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-2008x+1=0$, să se calculeze $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$.

5p **2.** Să se calculeze lungimea laturii *AB* a triunghiului *ABC* știind că $BC=6$, $AC=3\sqrt{2}$ și $m(\sphericalangle C)=45^\circ$.

5p **3.** Să se determine coordonatele punctului de intersecție a dreptelor de ecuații $x+3y-1=0$ și $3x+2y+4=0$.

5p **4.** Să se rezolve inecuația $C_{17}^{x}\le C_{17}^{x-2}$, $x\in\mathbb{N}$, $x\ge 2$.

5p **5.** Să se determine primul termen al unei progresii geometrice, știind că raportul dintre primul termen și al patrulea este $\frac{1}{8}$ și că $b_2=3$.

5p **6.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_2(x^2-x-2)=2$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 064

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $B=I_2+A$. Se notează $A^2=A\cdot A$ şi $B^n=\underbrace{B\cdot B\cdot\ldots\cdot B}_{de\ n\ ori}$.

5p **a)** Să se verifice că $A^2=0_2$.

5p **b)** Să se calculeze inversa matricei B.

5p **c)** Să se determine $x\in\mathbb{R}$ pentru care $B^3-B^2=xA$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4-2X^2+1$, cu rădăcinile $x_1,x_2,x_3,x_4\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se arate că polinomul f este divizibil cu $g=X^2-1$.

5p **b)** Să se calculeze produsul $S\cdot P$ unde $S=x_1+x_2+x_3+x_4$ şi $P=x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot x_4$.

5p **c)** Să se calculeze suma $T=x_1^4+x_2^4+x_3^4+x_4^4$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 064

1. Se consideră funcțiile $f, h : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ şi $h(x) = f^2(x)$.

5p **a)** Să se verifice că $h'(x) = \dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$, oricare ar fi $x \geq 0$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se demonstreze că funcția h este crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.

2. Se consideră funcția $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2+4x+5}{x^2+4x+3}$.

5p **a)** Să se demonstreze că $f(x) = \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x+3} + 1$ pentru orice $x \in [0, +\infty)$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se determine numărul real pozitiv k astfel încât aria suprafeței plane determinate de graficul funcției f, axa Ox şi dreptele de ecuații $x = 0$ şi $x = k$ să fie egală cu $k + \ln k$.