EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 049

5p **1.** Să se calculeze suma $1+11+21+31+...+111$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+4$. Să se determine valorile numărului real *m* pentru care punctul $A(m,4)$ aparţine graficului funcţiei *f*.

5p **3.** Să se rezolve ecuaţia $2^{x^2+x+1}=8$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element *n* al mulţimii $\{1,2,3,4\}$ acesta să verifice inegalitatea $2^n < n!$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(m^2,m)$ şi dreapta de ecuaţie $d: x+y+m=0$. Să se determine valorile reale ale lui *m* pentru care punctul *A* se află pe dreapta *d*.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului *MNP* dacă $MN=NP=6$ şi $m(\sphericalangle MNP)=120°$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 049

1. Se consideră matricele de forma $M_a = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(M_1 + M_2)$.

5p **b)** Să se calculeze M_a^2, unde $M_a^2 = M_a \cdot M_a$.

5p **c)** Să se determine matricele $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M_a X = X M_a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.

2. Pe mulţimea $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$.

5p **a)** Să se calculeze $x * 0$.

5p **b)** Să se demonstreze că legea „$*$” este asociativă.

5p **c)** Ştiind că $x_0 \in \mathbb{Q}$ şi $x_n = x_0 * x_{n-1}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, să se arate că $x_7 \in \mathbb{Q}$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 049

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-2)\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x),\ x\in(0,\infty)$.

5p **b)** Să se determine $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

5p **c)** Să se arate că funcția f' este crescătoare pe $(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f,\ g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x}+\ln x$ şi $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}+2}{2x}$.

5p **a)** Să se arate că funcția f este o primitivă a funcției g.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^4 f(x)\cdot g(x)\,dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\int_1^4 g(x)\cdot f''(x)\,dx=-1$, unde f'' este derivata a doua a funcției f.