Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 043

5p **1.** Să se determine soluțiile reale ale sistemului $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+5$. Să se calculeze $f(2)+f\left(2^2\right)+...+f\left(2^5\right)$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $2^{2x^2+3x-2}=8$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element n al mulțimii $\{2,3,4,5\}$, acesta să verifice inegalitatea $n^2+n>n!$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$ și $B(-2,a)$, $a\in\mathbb{R}$. Să se determine numărul real a astfel încât dreapta AB să treacă prin punctul $O(0,0)$.

5p **6.** Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x=\frac{3}{5}$ și $x\in\left(0^\circ,90^\circ\right)$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 043

1. Se consideră mulțimea $M=\left\{\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & d \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} \middle| \ a,b,c,d\in\mathbb{R}\right\}$ şi matricea $O_3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se arate că $O_3 \in M$.

5p **b)** Să se demonstreze că produsul a două matrice din M este o matrice din M .

5p **c)** Știind că $A\in M$ cu $\det(A)=0$, să se demonstreze că $A^3=O_3$, unde $A^3=A\cdot A\cdot A$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4-X^3+aX^2+bX+c$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $a=c=1$ şi $b=-1$ să se determine câtul şi restul împărțirii polinomului f la X^2+1 .

5p **b)** Să se determine numerele *a*, *b*, *c* ştiind că restul împărțirii polinomului f la X^2+1 este X , iar restul împărțirii polinomului f la $X-1$ este -1.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă $a\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$, atunci f nu are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 043

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$.

5p **a)** Să se determine ecuaţia asimptotei către $-\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **b)** Să se arate că $f'(x)=\dfrac{2\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+x+1\right)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se demonstreze că oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$ avem $\dfrac{2}{3}\le f(x)+f\left(x^2\right)\le 4$.

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_1^e f(x)dx$.

5p **b)** Să se arate că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.

5p **c)** Să se demonstreze că volumele corpurilor obţinute prin rotaţia, în jurul axei *Ox*, a graficelor funcţiilor $g, h:[1,e]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ şi $h(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ sunt egale.