EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 035

5p **1.** Să se calculeze $\log_5 10+\log_5 3-\log_5 6$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+...+f(6)$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $5^{x^2-x}=5^{5x-5}$.

5p **4.** După două scumpiri succesive cu 10%, respectiv 20% prețul unui produs este de 660 lei. Să se determine prețul inițial al produsului.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$ și $B(-2,2)$. Să se determine distanța dintre punctele A și B.

5p **6.** În triunghiul MNP se cunosc $MN = 3$, $MP = 5$ și $m(\sphericalangle M)=60°$. Să se calculeze lungimea laturii NP.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 035

1. Fie funcția $f:\mathcal{M}_2(\mathbb{R})\to\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ definită prin $f(A)=A+A^t$, unde A^t este transpusa matricei *A*.

5p **a)** Să se calculeze $f(I_2)$.

5p **b)** Să se demonstreze că $(A+B)^t=A^t+B^t$, oricare ar fi $A,B\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **c)** Să se determine matricele $A\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $f(A)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

2. Se consideră ecuația $x^4-ax^3-ax+1=0$ cu soluțiile x_1,x_2,x_3,x_4, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât $x_1+x_2+x_3+x_4=5$.

5p **b)** Să se determine soluțiile reale ale ecuației, pentru $a=1$.

5p **c)** Să se determine valorile întregi ale lui a pentru care ecuația admite cel puțin o soluție număr întreg.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 035

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=-\dfrac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$, pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se determine ecuaţia asimptotei către $+\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **c)** Să e demonstreze că pentru orice $x\in(0,2]$ este adevărată inegalitatea $\sqrt{x}\cdot f'(x)\le f(x)$.

2. Se consideră funcţiile $f, F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ date prin $f(x)=e^x+3x^2+2$ şi $F(x)=e^x+x^3+2x-1$.

5p **a)** Să se arate că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\cdot F(x)\,dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\int_0^1 \left(x f(x)+F(x)\right)dx=F(1)$.