EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 013

5p **1.** Să se determine numărul tuturor submulțimilor de 2 elemente ce se pot forma cu elemente din mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2-3x+1$ și $g(x)=x-1$. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $f(x)=-g(x)$.

5p **3.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_3\left(x^2-4x+4\right)=2$.

5p **4.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$, știind că reprezentarea grafică a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+m-1$ este tangentă axei Ox.

5p **5.** Să se calculeze aria triunghiului echilateral *ABC* știind că $A(-1,1)$ și $B(3,-2)$.

5p **6.** Se consideră triunghiul *ABC* de arie egală cu 7. Să se calculeze lungimea laturii *AB* știind că *AC* = 2 și că $m(\sphericalangle A)=30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 013

1. Se consideră determinantul $D(a)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 9\\ 1 & a & a^2\end{vmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Să se calculeze valoarea determinantului $D(9)$.

5p **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $D(a)=0$.

5p **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $D\left(3^x\right)=0$.

2. Se consideră mulțimea $M=[k,\infty)\subset\mathbb{R},\ k\in\mathbb{R}$ și operația $x*y=xy-k(x+y)+k^2+k$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine $k\in\mathbb{R}$ astfel încât $2*3=2$.

5p **b)** Pentru $k=2$, să se rezolve în M ecuația $x*x=6$.

5p **c)** Să se demonstreze că pentru orice $x,y\in M$ rezultă că $x*y\in M$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 013

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{-1\}\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\frac{e^x}{x+1}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\frac{xe^x}{(x+1)^2}$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x)\geq 1$, pentru orice $x>-1$.

2. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}$ se consideră integralele $I_n=\int_e^{e^2}\frac{\ln^n x}{x}dx$.

5p **a)** Să se verifice că $I_0=1$.

5p **b)** Să se determine I_1.

5p **c)** Folosind eventual faptul că $1\leq \ln x\leq 2, \forall x\in\left[e,e^2\right]$, să se demonstreze că $1\leq\frac{2^{n+1}-1}{n+1}\leq 2^n, \forall n\in\mathbb{N}$.