Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Fie a,b,c numere naturale nenule în progresie geometrică. Ştiind că $a+b+c$ este un număr par, să se arate că numerele a,b,c sunt pare.

5p **2.** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x+2$. Să se arate că $f(a)+f(a+1)\geq 0$, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $\log_2 x+\log_4 x>3$.

5p **4.** Să se determine numerele naturale n, $n\geq 2$, pentru care $C_n^1+C_n^2=120$.

5p **5.** Să se arate că unghiul vectorilor $\vec{u}=2\vec{i}-a\vec{j}$ şi $\vec{v}=\vec{i}+\vec{j}$ este obtuz dacă şi numai dacă $a>2$.

5p **6.** Fie ABC un triunghi cu $\sin A=\frac{1}{2}$, $\sin B=1$ şi $BC=4$. Să se calculeze aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL II (30p)

1. Pentru orice matrice $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se notează $tr(A)=a+d$.

5p **a)** Să se verifice că $A^2 - tr(A)\cdot A + (\det A)\cdot I_2 = 0_2$.

5p **b)** Să se demonstreze că, dacă $tr(A)=0,$ atunci $A^2B=BA^2,$ pentru orice matrice $B\in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **c)** Să se arate că dacă $tr(A)\neq 0$, $B\in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $A^2B=BA^2,$ atunci $AB=BA$.

2. Fie $a,b\in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^4 - 6X^3 + 13X^2 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$.

5p **a)** Să se calculeze suma pătratelor celor 4 rădăcini complexe ale polinomului *f*.

5p **b)** Să se determine a,b astfel încât polinomul f să fie divizibil cu $(X-1)(X-3)$.

5p **c)** Să se determine a,b astfel încât polinomul f să aibă două rădăcini duble.

SUBIECTUL III (30p)

1. Fie mulțimea $A=\mathbb{R}\setminus\{1,2,3,...,2009\}$ şi funcția $f:A\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x-3}+...+\frac{1}{x-2009}$.

5p **a)** Să se determine asimptotele graficului funcției f.

5p **b)** Ştiind că $a\in\mathbb{R}^*$, să se determine numărul soluțiilor reale ale ecuației $f(x)=a$.

5p **c)** Să se determine numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcției f.

2. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\int_0^x e^{-t^2}\,dt$.

5p **a)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare.

5p **b)** Să se arate că funcția f este concavă pe intervalul $[0,\infty)$.

5p **c)** Să se arate că şirul $(f(n))_{n\geq 1}$ este convergent.