Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze partea întreagă a numărului $\log_2 500$.

5p **2.** Se consideră ecuația $x^2 - 2x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, care are rădăcinile reale x_1 și x_2. Știind că $|x_1 - x_2| = 1$, să se determine m.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{1-x} = 1 + x$.

5p **4.** Să se calculeze $C_{16}^0 + C_{16}^2 + C_{16}^4 + ... + C_{16}^{16}$.

5p **5.** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ știind că dreptele $x + y = 1$ și $3x - ay = 2$ sunt paralele.

5p **6.** Fie $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a + b = \frac{\pi}{2}$. Să se arate că $\sin 2a + \sin 2b = 2\cos(a-b)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie $m \in \mathbb{R}$ şi punctele $A(m,1)$, $B(1-m,2)$, $C(2m+1, 2m+1)$. Se consideră matricea

$$M = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1-m & 2 & 1 \\ 2m+1 & 2m+1 & 1 \end{pmatrix}.$$

5p **a)** Să se calculeze $\det(M)$.

5p **b)** Să se arate că punctele *A*, *B*, *C* sunt coliniare, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

5p **c)** Să se arate că aria triunghiului *ABC* este mai mare sau egală cu $\frac{15}{32}$.

2. Fie mulțimea de matrice $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| \ a, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$.

5p **a)** Să se dea un exemplu de matrice nenulă din mulțimea *A* care are determinantul $\hat{0}$.

5p **b)** Să se arate că există o matrice nenulă $M \in A$ astfel încât $\begin{pmatrix} \hat{2} & \hat{1} \\ -\hat{1} & \hat{2} \end{pmatrix} \cdot M = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$.

5p **c)** Să se rezolve ecuația $X^2 = \begin{pmatrix} \hat{2} & \hat{1} \\ -\hat{1} & \hat{2} \end{pmatrix}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^* \to \mathbb{R},\ f(x)=(x-1)e^{-\frac{1}{x}}$.

5p **a)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției *f*.

5p **b)** Să se arate că funcția admite două puncte de extrem.

5p **c)** Să se determine ecuația asimptotei la graficul funcției f spre $+\infty$.

2. Se consideră funcția $f:[0;\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\int_0^x t^3\sqrt{t^2+1}\,dt$.

5p **a)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare.

5p **b)** Să se calculeze $f(1)$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^5}$.