Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $10^{\lg 7} - \sqrt[3]{343}$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $2x^2 - 3x + 1 \le 0$.

5p **3.** Să se arate că funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \log_3 2^x - x$ este injectivă.

5p **4.** Să se calculeze numărul diagonalelor unui poligon convex cu 8 laturi.

5p **5.** Fie $ABCD$ un paralelogram și P un punct astfel ca $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PD}$. Să se arate că $\overrightarrow{BP} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right)$.

5p **6.** Fie $a, b \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $a + b = \frac{\pi}{4}$. Să se arate că $\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b = 1$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x-3y+4z-5t=-1 \\ x+9y+mz+t=3 \\ 5x-6y+10z+nt=p \end{cases}$, $m,n,p\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine p astfel încât sistemul să admită o soluție (x_0,y_0,z_0,t_0) cu $z_0=t_0=0$.

5p **b)** Să se arate că, pentru orice $m,n\in\mathbb{R}$, rangul matricei sistemului este mai mare sau egal cu 2.

5p **c)** Să se determine $m,n,p\in\mathbb{R}$ pentru care sistemul este compatibil, iar matricea sistemului are rangul 2.

2. Fie mulțimea $Q_0=\left\{\frac{m}{n} \mid m,n\in\mathbb{Z},\ m \text{ şi } n \text{ sunt impare}\right\}$ şi $G=Q_0\times\mathbb{Z}$. Pe G se defineşte legea de compoziție $(q_1,k_1)*(q_2,k_2)=(q_1q_2,k_1+k_2)$, $\forall q_1,q_2\in Q_0, \forall k_1,k_2\in\mathbb{Z}$.

5p **a)** Să se arate că $(G,*)$ este grup abelian.

5p **b)** Să se calculeze $(1,1)*(1,2)*...*(1,10)$.

5p **c)** Să se arate că funcția $f:G\to\mathbb{Q}^*$, $f((q,k))=q\cdot 2^k$ este un izomorfism între grupurile $(G,*)$ şi $(\mathbb{Q}^*,\cdot)$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[3]{x^3-3x+2}$.

5p **a)** Să se arate că graficul funcţiei f admite asimptotă spre $+\infty$

5p **b)** Să se determine punctele de extrem local ale funcţiei f.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} x(2\operatorname{arctg} f(x)-\pi)$.

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{1}{3+\cos x}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)dx$.

5p **b)** Să se demonstreze că orice primitivă a funcţiei f este strict crescătoare.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x^2}\int\limits_0^x f(t)dt$.