EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $z^2+3z+4=0$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2m+2$. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât graficul funcției *f* să nu intersecteze axa *Ox*.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2-x}+\sqrt[3]{x-2}=0$.

5p **4.** Să se arate că $C_{a+b}^{a}=C_{a+b}^{b}$, pentru oricare $a,b\in\mathbb{N}^*$.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(3,3)$, $B(2,4)$ și $C(2m,1-m)$ să fie coliniare.

5p **6.** Fie $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ astfel încât $\cos 2\alpha=-\frac{1}{2}$. Să se calculeze $\sin\alpha$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $\det A$.

5p **b)** Să se verifice relația $A(A^2+6I_3)=O_3$.

5p **c)** Să se arate că $\det(I_3+xA^2)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră $a,b\in\mathbb{Z}$ și polinomul $p=X^3+aX^2+X+b$, cu rădăcinile $x_1,x_2,x_3\in\mathbb{C}$.

5p **a)** Știind că $a=b=1$, să se afle rădăcinile polinomului p.

5p **b)** Să se determine a și b, știind că polinomul p are rădăcina dublă 1.

5p **c)** În cazul $b=1$, să se determine valorile lui a pentru care polinomul p are o rădăcină rațională.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(-2,2)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\dfrac{2+x}{2-x}$.

5p **a)** Să se determine ecuațiile asimptotelor la graficul funcției *f*.

5p **b)** Să se studieze monotonia funcției f.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} xf\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

2. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(t)=\int_1^2\left(\dfrac{t}{x}-e^x\right)^2 dx$ și numerele $A=\int_1^2\dfrac{1}{x^2}dx$, $B=\int_1^2\dfrac{e^x}{x}dx$.

5p **a)** Să se arate că $f(t)=At^2-2Bt+\dfrac{e^4-e^2}{2}$, $\forall t\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se arate că $f(2B-t)=f(2B+t), \forall t\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\left(\int_1^2\dfrac{e^x}{x}dx\right)^2\le\left(\int_1^2 e^{2x}dx\right)\left(\int_1^2\dfrac{1}{x^2}dx\right)$.