Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $|5-12i|-|12+5i|$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x^4$. Să se calculeze $(f\circ f\circ f\circ f)(1)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x+4^x=20$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $A=\{0,5,10,...,2010\}$, acesta să fie divizibil cu 25.

5p **5.** Se consideră un triunghi *ABC*, cu lungimile laturilor $AB=c, AC=b$ şi un punct *D* astfel încât $\overrightarrow{AD}=b\overrightarrow{AB}+c\overrightarrow{AC}$. Să se arate că semidreapta [*AD* este bisectoarea unghiului BAC.

5p **6.** Fie $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ astfel încât $\cos 2\alpha=\frac{1}{2}$. Să se calculeze $\cos\alpha$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie matricea $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Se asociază fiecărui punct $A(x, y)$ punctul $A_M(x', y')$, unde $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

5p **a)** Știind că $a = 1, b = 2, c = 3, d = 4$ și că $A(-1,1)$, să se determine coordonatele punctului A_M.

5p **b)** Știind că $a = 1, b = 2, c = 2, d = 4$, să se arate că toate punctele A_M se află pe dreapta $y = 2x$.

5p **c)** Fie A, B, C trei puncte în plan. Dacă se notează cu S și S_M ariile triunghiurilor ABC, respectiv $A_M B_M C_M$, atunci $S_M = S \cdot |\det M|$.

2. Se consideră mulțimea $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ \hat{0} & a & d \\ \hat{0} & \hat{0} & a \end{pmatrix} \middle| \, a, b, c, d \in \mathbb{Z}_2 \right\}$.

5p **a)** Să se determine numărul elementelor mulțimii A.

5p **b)** Să se arate că mulțimea A este parte stabilă în raport cu înmulțirea matricelor din $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z}_2)$.

5p **c)** Să se rezolve ecuația $X^2 = X$, cu $X \in A$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Fie $a \in \mathbb{R}$ şi funcția $f : \mathbb{R}\setminus\{-1,1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + x + a}{x^2 - 1}$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)^x$.

5p **b)** Să se determine valoarea numărului *a* ştiind că 3 este punct de extrem local al funcției *f*.

5p **c)** Să se determine valoarea numărului *a* ştiind că graficul funcției *f* are exact o asimptotă verticală.

2. Se consideră funcția $f_0 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_0(x) = 1$ şi, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, se defineşte funcția $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \int_0^x f_{n-1}(t)dt$.

5p **a)** Să se arate că $f_1^2(x) = 2 f_2(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x f_n(x) + 1}{f_{n+1}(x) + 2}$.

5p **c)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției $g : [0,\pi] \to [0,\pi]$, $g(x) = f_1(x)\sin x$ în jurul axei Ox.