Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine numărul real x știind că numerele $x+1, 1-x$ și 4 sunt în progresie aritmetică.

5p **2.** Să se determine punctele de intersecție a parabolei $y=x^2+5x-6$ cu axele de coordonate.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea $[0,2\pi]$ ecuația $2\sin x+1=0$.

5p **4.** Fie mulțimea $M=\{1,2,3,4,5,6\}$. Să se determine probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile mulțimii M, aceasta să aibă 2 elemente.

5p **5.** Punctele A, B și G au vectorii de poziție $\overrightarrow{r_A}=4\vec{i}+7\vec{j}$, $\overrightarrow{r_B}=2\vec{i}-\vec{j}$, $\overrightarrow{r_G}=4\vec{i}+4\vec{j}$. Să se determine vectorul de poziție a punctului C astfel încât punctul G să fie centrul de greutate al triunghiului ABC.

5p **6.** Fie vectorii $\vec{u}$ și $\vec{v}$. Dacă $|\vec{u}|=1$, $|\vec{v}|=2$ și măsura unghiului vectorilor $\vec{u}$ și $\vec{v}$ este $\frac{\pi}{3}$, să se calculeze $\left(2\vec{u}+\vec{v}\right)\cdot\left(2\vec{v}-\vec{u}\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $G=\left\{M_{a,b} \mid M_{a,b}=\begin{pmatrix}1 & a & b\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}, a,b\in\mathbb{R}\right\}\subset\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se arate că $M_{a,b}\cdot M_{c,d}=M_{a+c,b+d}$, $\forall\, a,b,c,d\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se arate că orice matrice din G este inversabilă.

5p **c)** Să se calculeze, în funcție de a și b, rangul matricei $M_{a,b}-M_{a,b}^t$ ($M_{a,b}^t$ este transpusa lui $M_{a,b}$).

2. Se consideră un grup $(K,\cdot)$, unde $K=\{e,a,b,c\}$, e este elementul neutru și $a^2=b^2=c^2=e$.

5p **a)** Să se rezolve în grupul K ecuația $x^3=e$.

5p **b)** Să se arate că $ab=c$.

5p **c)** Să se arate că grupul $(K,\cdot)$ nu este izomorf cu grupul $(\mathbb{Z}_4,+)$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Fie funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln x}{x-1}, & x\neq 1\\ 1, & x=1\end{cases}$.

5p **a)** Să se demonstreze că funcția f este continuă.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-1}{x-1}$.

5p **c)** Să se arate că funcția f este strict descrescătoare.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(1+\sin^2 x)$.

5p **a)** Să se arate că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^{\pi} f(x)\cos x\,dx$.

5p **c)** Să se calculeze derivata funcției $g:(-1,1)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\arcsin x} f(t)\,dt$.