Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=|4x-8|-2|4-2x|$ este constantă.

5p **2.** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care parabola $y=x^2-2x+a-1$ şi dreapta $y=2x+3$ au două puncte distincte comune.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x-1}+1=x$.

5p **4.** Să se determine numărul termenilor iraționali ai dezvoltării $\left(\sqrt{3}+1\right)^9$.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{u}=(m+1)\vec{i}+8\vec{j}$ şi $\vec{v}=(m-1)\vec{i}-4\vec{j}$ să fie coliniari .

5p **6.** Triunghiul ABC are lungimile laturilor $AB=5$, $BC=7$ şi $AC=8$. Să se calculeze $m(\sphericalangle A)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră permutarea $\sigma \in S_6$, $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine σ^{-1}.

5p **b)** Să se arate că permutările σ şi σ^{-1} au acelaşi număr de inversiuni.

5p **c)** Să se arate că ecuația $x^4 = \sigma$ nu are soluții în grupul $(S_6, \cdot)$.

2. Fie legea de compoziție „$\circ$”, definită pe $\mathbb{R}$ prin $x \circ y = xy - x - y + 2$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$, şi funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$.

5p **a)** Să se arate că $(1, \infty)$ este parte stabilă în raport cu „$\circ$”.

5p **b)** Să se demonstreze că $f(xy) = f(x) \circ f(y)$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **c)** Ştiind că legea „$\circ$” este asociativă, să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{\text{de 10 ori } x} = 1025$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{\pi}{x}, & x\in(0,1] \\ 0, & x=0 \end{cases}$.

5p **a)** Să se arate că funcția f este continuă pe $[0,1]$.

5p **b)** Să se determine domeniul de derivabilitate al funcției f.

5p **c)** Să se arate că, dacă $n\in\mathbb{N}^*$, atunci ecuația $f(x)=\cos\dfrac{\pi}{x}$ are cel puțin o soluție în intervalul $\left(\dfrac{1}{n+1},\dfrac{1}{n}\right)$.

2. Fie funcțiile $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\left(1+x^2\right)$ şi $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=x\operatorname{arctg}x$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^1 f(\sqrt{x})dx$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 g(x)dx$.

5p **c)** Să se calculeze aria suprafeței plane mărginită de graficele funcțiilor f şi g şi de dreptele de ecuații $x=0$ şi $x=1$.