Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine partea reală a numărului complex $\left(\sqrt{3}+i\right)^6$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$. Să se calculeze $(f\circ f)(512)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\cos 2x+\sin x=0$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $M=\{0,1,2,3,4,5\}$. Să se determine numărul tripletelor (a,b,c) cu proprietatea că $a,b,c\in M$ şi $a<b<c$.

5p **5.** Să se calculeze distanța dintre dreptele paralele de ecuații $x+2y=6$ şi $2x+4y=11$.

5p **6.** Paralelogramul $ABCD$ are $AB=1$, $BC=2$ şi $m(\sphericalangle BAD)=60^\circ$. Să se calculeze produsul scalar $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+2y+z=1 \\ 2x-y+z=1 \\ 7x-y+az=b \end{cases}$, unde a şi b sunt parametri reali.

5p **a)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care determinantul sistemului este egal cu zero.

5p **b)** Să se determine valorile parametrilor $a,b\in\mathbb{R}$ pentru care sistemul este incompatibil.

5p **c)** Să se arate există o infinitate de valori ale numerelor a şi b pentru care sistemul admite o soluție (x,y,z), cu x, y, z în progresie aritmetică.

2. Se consideră mulțimea $G=\left\{ X(t)=\begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix} \middle| t\in\mathbb{R} \right\}$.

5p **a)** Să se arate că $X(t)\cdot X(u)=X(t+u),\ \forall t,u\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine $t\in\mathbb{R}$ ştiind că $X(t)\in\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$.

5p **c)** Să se arate că mulțimea G formează grup abelian în raport cu înmulțirea matricelor.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$.

5p **a**) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

5p **b**) Să se determine domeniul de derivabilitate al funcției f.

5p **c**) Să se demonstreze că funcția f are două puncte de extrem.

2. Fie funcția $f:[0,1]\to\mathbb{R},\ f(x)=\sqrt{1-x^2}$ și șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $a_n=\frac{1}{n^2}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{n^2-k^2}$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a**) Să se calculeze $\int_0^1 x\,f(x)dx$.

5p **b**) Să se determine volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției f în jurul axei Ox.

5p **c**) Să se demonstreze că șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ este convergent.