Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine partea reală a numărului complex $z=\frac{1-i}{1+i}$.

5p **2.** Să se determine valorile reale ale lui m pentru care $x^2+mx+1\geq 0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\arcsin 2x=-\frac{1}{2}$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{0,1,2,3,\ldots,9\}$. Să se determine numărul submulțimilor mulțimii A care au 5 elemente, din care exact două sunt numere pare.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $B(-1,\ 2)$ și $C(2,\ -2)$. Să se determine distanța de la punctul O la dreapta BC.

5p **6.** Știind că $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ și $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, să se calculeze $\operatorname{ctg}\alpha$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&1&0\\0&1&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $AB+BA$.

5p **b)** Să se arate că $\operatorname{rang}(A+B)=\operatorname{rang}A+\operatorname{rang}B$.

5p **c)** Să se demonstreze că $(A+B)^n=A^n+B^n,\ \forall n\in\mathbb{N}^*$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4+aX^3+4X^2+1\in\mathbb{C}[X]$ cu rădăcinile $x_1,x_2,x_3,x_4\in\mathbb{C}$.

5p **a)** Să se determine $a\in\mathbb{C}$ astfel încât polinomul *f* să se dividă cu $X+1$.

5p **b)** Să se arate că polinomul $g=X^4+4X^2+aX+1$ are rădăcinile $\frac{1}{x_1},\frac{1}{x_2},\frac{1}{x_3},\frac{1}{x_4}$.

5p **c)** Să se arate că, pentru orice $a\in\mathbb{C}$, polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{ax+b}{\sqrt{x^2+x+1}},\ a,b\in\mathbb{R}.$

5p **a**) Să se calculeze $f'(x), \forall x\in\mathbb{R}.$

5p **b**) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ dacă şi numai dacă $a=2b>0.$

5p **c**) Pentru $a=2$ şi $b=1$, să se determine mulțimea valorilor funcției f.

2. Fie funcția $f:[-1,1]\to\mathbb{R},\ f(x)=\int_0^x e^{\arcsin t}\,dt$.

5p **a**) Să se arate că funcția f este strict monotonă.

5p **b**) Să se arate că $f(x)=\int_0^{\arcsin x} e^{t}\cos t\,dt, \forall x\in[-1,1]$.

5p **c**) Să se determine $f(1)$.