Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $(1+i)^{10}+(1-i)^{10}$.

5p **2.** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x-3x^2$. Să se ordoneze crescător numerele $f(\sqrt{2})$, $f(\sqrt{3})$ și $f(2)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1}=3$.

5p **4.** Să se determine numărul funcțiilor $f:\{0,1,2,3\}\to\{0,1,2,3\}$ care au proprietatea că $f(0)$ este număr impar.

5p **5.** Fie triunghiul ABC și $M\in(BC)$ astfel încât $\frac{BM}{BC}=\frac{1}{3}$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Știind că $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ și că $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, să se calculeze $\operatorname{tg}\alpha$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 8\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se rezolve ecuația $\det(A-xI_2)=0$.

5p **b)** Să se arate că dacă matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ verifică relația $AX=XA$, atunci există $a,b\in\mathbb{C}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & b\end{pmatrix}$

5p **c)** Să se determine numărul de soluții ale ecuației $X^3=A$, $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$.

2. Se consideră mulțimea de funcții $G=\left\{ f_{a,b}:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \mid f_{a,b}(x)=ax+b,\ a\in\mathbb{R}^*,\ b\in\mathbb{R}\right\}$.

5p **a)** Să se calculeze $f_{-1,2}\circ f_{-1,2}$, unde „$\circ$” este compunerea funcțiilor.

5p **b)** Să se demonstreze că $(G,\circ)$ este un grup.

5p **c)** Să se arate că grupul G conține o infinitate de elemente de ordin 2.

SUBIECTUL III (30p)

1. Fie funcția $f:[0,3]\to\mathbb{R},\ f(x)=\{x\}(1-\{x\})$, unde $\{x\}$ este partea fracționară a numărului x.

5p **a**) Să se calculeze $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x)$.

5p **b**) Să se determine domeniul de continuitate al funcției f.

5p **c**) Să se determine punctele în care funcția f nu este derivabilă .

2. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{1}{2-\sin x}$ și $F:[0,+\infty)\to\mathbb{R},\ F(x)=\int_0^x f(t)dt$.

5p **a**) Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\cos x\,dx$.

5p **b**) Să se demonstreze că funcția F este strict crescătoare.

5p **c**) Să se determine $\lim\limits_{x\to\infty} F(x)$.