Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $x^2 - 8x + 25 = 0$.

5p **2.** Să se determine $a \in \mathbb{R}$, pentru care graficul funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (a+1)x^2 + 3(a-1)x + a - 1$, intersectează axa Ox în două puncte distincte.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$.

5p **4.** Să se calculeze $C_8^4 - C_7^4 - C_7^3$.

5p **5.** Să se determine ecuația perpendicularei duse din punctul $A(1,2)$ pe dreapta $d: x + y - 1 = 0$.

5p **6.** Știind că $\sin x = \frac{1}{3}$, să se calculeze $\cos 2x$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Pentru $a, b, c \in \mathbb{R}^*$, se consideră sistemul $\begin{cases} ax+by+cz=b \\ cx+ay+bz=a \\ bx+cy+az=c \end{cases}$, $x, y, z \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se arate că determinantul sistemului este $\Delta = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)$.

5p **b)** Să se rezolve sistemul în cazul în care este compatibil determinat.

5p **c)** Știind că $a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc=0$, să se arate că sistemul are o infinitate de soluții (x, y, z), astfel încât $x^2+y^2=z-1$.

2. Se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \middle| \ a, b, c \in \mathbb{Z}_4 \right\}$.

5p **a)** Să se determine numărul elementelor mulțimii G.

5p **b)** Să se dea un exemplu de matrice $A \in G$ cu proprietatea că $\det A \neq \hat{0}$ şi $\det A^2 = \hat{0}$.

5p **c)** Să se determine numărul soluțiilor ecuației $X^2 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$, $X \in G$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x^4}$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)^{\frac{1}{x}}$.

5p **c)** Să se arate că ecuația $f'(x)=0$ are exact trei rădăcini reale.

2. Se consideră funcțiile $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{1}{n^2+x^2}$, $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se calculeze aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f_1, axele de coordonate şi dreapta $x=1$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 x\left(f_1(x)\right)^2 dx$.

5p **c)** Să se arate că $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(f_n(1)+f_n(2)+f_n(3)+...+f_n(n)\right)=\dfrac{\pi}{4}$.