EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $x^2 - 2x + 4 = 0$.

5p **2.** Să se afle valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

5p **3.** Să se rezolve în intervalul $[-1,1]$ ecuația $\arcsin x + \arccos\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2}$.

5p **4.** Care este probabilitatea ca, alegând un număr k din mulțimea $\{0,1,2,...,7\}$, numărul C_7^k să fie prim.

5p **5.** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + 3\vec{j}$ și $\vec{v} = 4\vec{i} + (a+4)\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Să se calculeze $\overrightarrow{AB}\cdot\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}\right)$, știind că $A(-3,4)$, $B(4,-3)$ și $C(1,2)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se calculeze A^3.

5p **b)** Să se afle rangul matricei $I_3 + A + A^t$.

5p **c)** Să se determine inversa matricei $I_3 + A$.

2. Se consideră $a, b \in \mathbb{R}$ şi polinomul $f = X^3 + 4aX^2 + 20X + b$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

5p **a)** Să se determine x_1, x_2, x_3 în cazul $a = 2, b = 0$.

5p **b)** Să se demonstreze că $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (x_2 - x_3)^2 = 8(4a^2 - 15)$.

5p **c)** Să se determine a, b astfel încât polinomul f să aibă o rădăcină dublă egală cu $-a$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$ şi şirul $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dat de $x_0=2,\ x_{n+1}=f(x_n),\forall n\in\mathbb{N}.$

5p **a)** Să se determine asimptotele graficului funcției *f*.

5p **b)** Să se arate că şirul $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$, are limita 1.

5p **c)** Să se arate că şirul $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dat de $y_n=x_0+x_1+x_2+...+x_n-n,$ este convergent.

2. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=1+\cos x$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ F(x)=x\int_0^x f(t)\,dt$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$.

5p **b)** Să se arate că F este funcție pară.

5p **c)** Să se determine intervalele de monotonie ale funcției F.