<u>Ministerul Educației, Cercetării și Inovării</u>
<u>Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar</u>

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $\lg\frac{1}{2}+\lg\frac{2}{3}+\lg\frac{3}{4}+...+\lg\frac{99}{100}$.

5p **2.** Să se determine $a\in\mathbb{R}^*$ pentru care $(a-3)x^2-ax-a<0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{8-x}=\sqrt[3]{9-4x}$.

5p **4.** Să se determine numărul elementelor unei mulțimi știind că aceasta are exact 45 de submulțimi cu două elemente.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei AB știind că $A(2,3)$ și $B(-5,4)$.

5p **6.** Triunghiul ABC ascuțitunghic are $AC=2\sqrt{3}$ și lungimea razei cercului circumscris egală cu 2. Să se determine măsura unghiului *B*.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ 2a & 2b & 2c \\ 3a & 3b & 3c \end{pmatrix}$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}^*$.

5p **a)** Să se calculeze rangul matricei *A*.

5p **b)** Să se arate că există $d\in\mathbb{R}$ astfel încât $A^2=dA$.

5p **c)** Să se arate că există matricele $K\in M_{3,1}(\mathbb{R})$ și $L\in M_{1,3}(\mathbb{R})$ astfel încât $A=K\cdot L$.

2. Se consideră numărul $a=\sqrt{3}-i\in\mathbb{C}$ și polinomul $f\in\mathbb{Q}[X]$, $f=X^4-4X^2+16$.

5p **a)** Să se arate că $f(a)=0$.

5p **b)** Să se determine rădăcinile polinomului *f*.

5p **c)** Să se arate că polinomul *f* este ireductibil în $\mathbb{Q}[X]$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Pentru $n\in\mathbb{N}^*, n\geq 3$ se consideră funcția $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f_n(x)=\sin^n x$ şi se notează cu x_n abscisa punctului de inflexiune din intervalul $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, al graficului funcției f_n.

5p **a)** Să se arate că $f_n''(x)=n(n-1)\sin^{n-2}x-n^2\sin^n x,\ \forall n\in\mathbb{N}^*, n\geq 3$ şi $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se arate că $\sin x_n=\sqrt{\frac{n-1}{n}},\ n\geq 3$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x_n)$.

2. Se consideră $a\in\mathbb{R}$ şi funcțiile $f,F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^3-3x+a}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}, F(x)=\frac{x^2+ax+5}{\sqrt{x^2+1}}$.

5p **a)** Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Pentru $a=2$, să se determine aria suprafeței plane cuprinsă între graficul functiei *f*, axa Ox şi dreptele $x=1$ şi $x=2$.

5p **c)** Să se determine a astfel încât $\int_0^2 F(x)dx-\int_{-2}^0 F(x)dx=2$.