Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $(1+i\sqrt{3})^2+(1-i\sqrt{3})^2$ este număr întreg.

5p **2.** Să se rezolve în $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x=6\left(\sqrt{x-2}-1\right)$.

5p **4.** Să se determine termenul care nu conține pe x din dezvoltarea $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^9$.

5p **5.** Să se calculeze distanța de la punctul $A(3,0)$ la dreapta $d: 3x-4y+1=0$.

5p **6.** Triunghiul ABC are $AB=4$, $BC=5$ şi $CA=6$. Să se arate că $m(\sphericalangle B)=2m(\sphericalangle C)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x-y+z=1 \\ x+y+z=3 \\ mx+y+z=3m \end{cases}$, unde $m\in\mathbb{R}$. Pentru fiecare $m\in\mathbb{R}$, notăm cu S_m mulțimea soluțiilor reale ale sistemului.

5p **a)** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care sistemul are soluție unică.

5p **b)** Să se arate că pentru orice $m\in\mathbb{R}$ sistemul este compatibil.

5p **c)** Să se determine $\min\left\{x^2+y^2+z^2 \mid (x,y,z)\in S_1\right\}$.

2. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C=A\cdot B$ și mulțimea $G=\left\{ X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid \det(X)=1\right\}$.

5p **a)** Să se verifice că $A^4=B^6=I_2$.

5p **b)** Să se arate că $(G,\cdot)$ este un subgrup al grupului multiplicativ al matricelor inversabile de ordin doi, cu elemente numere complexe.

5p **c)** Să se demonstreze că $C^n\neq I_2$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[3]{x^3+3x^2-4},\ \forall x\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine asimptota oblică a graficului funcției *f* spre ∞.

5p **b)** Să se arate că $f^2(x)f'(x)=x^2+2x,\ \forall x\in\mathbb{R}-\{-2,1\}$.

5p **c)** Să se determine derivatele laterale ale funcției f în punctul $x_0=-2$.

2. Pentru $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcția $F_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}, F_n(x)=\int_0^x t^n e^{-t}dt,\ x>0$.

5p **a)** Să se calculeze $F_1(x), x>0$.

5p **b)** Să se determine punctele de inflexiune ale graficului funcției F_n.

5p **c)** Să se calculeze $\lim_{x\to\infty} F_2(x)$.