Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ știind că numerele $2,\ a,\ b$ sunt în progresie geometrică și $2,\ 17,\ a$ sunt în progresie aritmetică.

5p **2.** Să se rezolve ecuația $f\left(f(x)\right) = 0$, știind că $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -3x + 2$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea $\left[0, 2\pi\right)$ ecuația $\operatorname{tg}(-x) = 1 - 2\operatorname{tg} x$.

5p **4.** Să se determine numărul funcțiilor $f : \{0,1,2\} \to \{0,1,2\}$ care verifică relația $f(2) = 2$.

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC și punctele D, E astfel încât $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB},\ \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{EC}$. Să se arate că dreptele DE și BC sunt paralele.

5p **6.** Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, dacă $A = \frac{\pi}{4},\ B = \frac{\pi}{6}$ și $AB = 6$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Pentru $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{pmatrix}$ şi matricea transpusă A^t.

5p **a)** Pentru $a=c=1$ şi $b=d=0$, să se calculeze $\det(A)$.

5p **b)** Să se arate că $A \cdot A^t = \alpha \cdot I_4$, unde $\alpha = a^2+b^2+c^2+d^2$.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă $A \neq O_4$, atunci A este inversabilă.

2. Se consideră $a, b, c \in \mathbb{R}$ şi polinomul $f = X^3 + aX^2 + bX + c$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$, astfel încât $|x_1| \leq 1, |x_2| \leq 1, |x_3| \leq 1$.

5p **a)** Să se demonstreze că $|a| \leq 3$.

5p **b)** Să se arate că, dacă $c < 0$, polinomul are cel puțin o rădăcină reală în intervalul $(0, \infty)$.

5p **c)** Să se arate că, dacă $a=1, c=-1,$ atunci $b=-1$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}-\{-2\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{1}{x+2}e^{|x|}$.

5p **a)** Să se studieze derivabilitatea funcției f în punctul $x_0=0$.

5p **b)** Să se determine punctele de extrem local ale funcției f.

5p **c)** Să se determine numărul de rădăcini reale ale ecuației $f(x)=m$, unde m este un parametru real.

2. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\sin x-x+\frac{x^3}{6}$ și $g:(0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\int_x^1\frac{\sin t}{t}dt$.

Se admite cunoscut faptul că $f(x)\geq 0, \forall x\geq 0$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

5p **b)** Să se arate că funcția g este strict descrescătoare.

5p **c)** Să se arate că $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)>0{,}9$.