

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy + 2ax + by$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$, $a, b \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Să se stabilească o relație între a și b , astfel încât legea de compoziție „ $*$ ” să fie comutativă pe \mathbb{R} .
- 5p** b) Pentru $b = 2a$, să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât legea de compoziție „ $*$ ” să fie asociativă pe \mathbb{R} .
- 5p** c) Pentru $a = \frac{1}{2}$ și $b = 1$, să se studieze existența elementului neutru pe \mathbb{R} în raport cu legea „ $*$ ”.
- 5p** d) Pentru $a = \frac{1}{2}$ și $b = 1$, să se rezolve în \mathbb{R} sistemul de ecuații $\begin{cases} x * y = 1 + xy \\ x * x = y \end{cases}$.
- 5p** e) Pentru $a = \frac{1}{2}$ și $b = 1$, să se arate că orice element $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ este simetrizabil în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”
- 5p** f) Pentru $a = \frac{1}{2}$ și $b = 1$, fie x_1 și x_2 soluțiile ecuației $\sqrt{x * x} = 1$. Să se arate că $x_1 * x_2 \in \mathbb{Z}$.