

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea numerelor reale se definesc legile de compoziție $x * y = ax + by - 1$ și

$$x \circ y = 2xy - 2x - 2y + c, \forall x, y \in \mathbb{R}, \text{ cu } a, b, c \in \mathbb{R}^*.$$

- 5p** a) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}^*$, astfel încât legea de compoziție „ $*$ ” să fie asociativă pe \mathbb{R} .
- 5p** b) Să se determine c , astfel încât legea de compoziție „ \circ ” să fie asociativă pe \mathbb{R} .
- 5p** c) Pentru $a = b = 1$ să se arate că oricare $x \in \mathbb{R}$ este simetrizabil în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** d) Pentru $c = 3$ să se găsească elementul neutru pe \mathbb{R} în raport cu legea de compoziție „ \circ ”.
- 5p** e) Pentru $a = b = 1$ și $c = 3$ să se arate că $x \circ (y * z) = (x \circ y) * (x \circ z)$, $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$.
- 5p** f) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$. Pentru $c = 3$ să se demonstreze că
- $$f(xy) = f(x) \circ f(y), \forall x, y \in \mathbb{R}.$$