

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 1$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Să se demonstreze că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă pe \mathbb{R} .
- 5p** b) Să se găsească două numere $a, b \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ pentru care $a * b \in \mathbb{Z}$.
- 5p** c) Să se arate că $((x * y) * z) * t = x + y + z + t - 3$, $\forall x, y, z, t \in \mathbb{R}$.
- 5p** d) Să se determine numărul real $p = 1 * 2 * 3 * \dots * 2008$.
- 5p** e) Să se rezolve în \mathbb{R} sistemul
$$\begin{cases} (2x + 5) * (3y - 1) = 1 \\ (x - 7) * (2y + 3) = -2 \end{cases}$$
- 5p** f) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$. Să se arate că $f(x * y) = f(x) * f(y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.