

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea $G = (-2, 2)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{4x + 4y}{4 + xy}$, $\forall x, y \in G$.

- 5p** a) Să se demonstreze că $\frac{1}{2}(x * y) = \frac{(x+2)(y+2) - (x-2)(y-2)}{(x+2)(y+2) + (x-2)(y-2)}$, $\forall x, y \in G$.
- 5p** b) Să se demonstreze că dacă $x \in G$, atunci $x * (-x) \in G$.
- 5p** c) Să se determine $e \in G$, pentru care $x * e = e * x = x$, $\forall x \in G$.
- 5p** d) Să se demonstreze că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă pe G .
- 5p** e) Să se demonstreze că pentru oricare $x \in G$, există $x' \in G$ astfel încât $x * x' = x' * x = 0$.
- 5p** f) Să se calculeze $\left(\frac{1}{2008}\right) * \left(\frac{1}{2007}\right) * \dots * \frac{1}{1} * \left(\frac{-1}{1}\right) * \left(\frac{-1}{2}\right) * \dots * \left(-\frac{1}{2008}\right)$.