

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x * y = xy + x + y$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Să se demonstreze că pentru oricare $x \in \mathbb{R}$ are loc relația $x * x \geq -1$.
- 5p** b) Să se demonstreze că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă pe \mathbb{R} .
- 5p** c) Să se demonstreze că există $e \in \mathbb{R}$, astfel încât $x * e = e * x = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p** d) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R} \setminus \{a\}, *)$ formează o structură algebrică de grup comutativ.
- 5p** e) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $x * (1 * x) = 1$.
- 5p** f) Să se rezolve în \mathbb{R} sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x * 2 = y \\ y * 3 = x \end{cases}$$
.