

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea $A = (0, +\infty)$, se definesc legile de compoziție $x * y = xy$ și $x \circ y = x^{\ln y}$, $\forall x, y \in A$.

- 5p** a) Să se demonstreze că $x^{\ln y} = e^{\ln x \cdot \ln y}$, $\forall x, y \in (0, +\infty)$, unde e este baza logaritmului natural.
- 5p** b) Să se demonstreze că $(A \setminus \{1\}, \circ)$ formează o structură algebrică de grup comutativ.
- 5p** c) Să se demonstreze că $x \circ (y * z) = (x \circ y) * (x \circ z)$, $\forall x, y, z \in A$.
- 5p** d) Să se demonstreze că $x \circ 1 = 1 \circ x = 1$, $\forall x \in A$.
- 5p** e) Să se demonstreze că $(A, *, \circ)$ formează o structură algebrică de corp comutativ.
- 5p** f) Să se rezolve ecuația $e \circ [x * (x + 1)] = 6$ în mulțimea $A \cap \mathbb{N}$.