

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul National pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \ln(e^x + e^y - e^a)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$, cu

$a \in \mathbb{R}$ și $e^x + e^y - e^a > 0$. Se consideră mulțimea $M = [a, +\infty)$.

- 5p** a) Să se arate că pentru oricare $x, y \in M$, rezultă că $x * y \in M$.
- 5p** b) Să se demonstreze că legea „ $*$ ” este asociativă pe M .
- 5p** c) Să se demonstreze că legea „ $*$ ” admite element neutru pe M .
- 5p** d) Să se determine toate valorile lui $x \in M$, pentru care există $x' \in M$ cu proprietatea că $x * x' = x' * x = a$.
- 5p** e) Să se demonstreze că pentru $a = 0$ are loc relația $x * (-x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$.
- 5p** f) Să se rezolve ecuația $\left[\ln(x + e^a) \right] * (\ln x) = 2$, unde $x \in (0, \infty)$ și $a < 0$.