

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

Pe mulțimea  $M = (-a, a)$ ,  $a > 0$  se definește legea de compoziție  $x * y = \frac{a^2(x+y)}{a^2 + xy}$ ,  $\forall x, y \in M$ .

- 5p** a) Să se arate că pentru oricare  $x, y \in M$ , rezultă că  $x * y \in M$ .
- 5p** b) Să se demonstreze că „ $*$ ” este lege de compoziție asociativă pe  $M$ .
- 5p** c) Să se demonstreze că legea „ $*$ ” admite element neutru pe  $M$ .
- 5p** d) Să se demonstreze că pentru orice  $x \in M$ , există  $x' \in M$ , astfel încât  $x * x' = 0$ .
- 5p** e) Să se determine  $a > 0$  pentru care  $\frac{1}{x} * \frac{1}{y} = x * y$ ,  $\forall x, y \in (0, +\infty)$ .
- 5p** f) Pentru  $a = 1$ , folosind eventual punctul e), să se calculeze valoarea expresiei

$$E = \frac{\left(1 * \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} * \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{2007} * \frac{1}{2008}\right)}{(1 * 2) \cdot (3 * 4) \cdot \dots \cdot (2007 * 2008)}.$$