

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

Fie  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ . Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție

$$x * y = axy + b(x + y) + c, \forall x, y \in \mathbb{Z}.$$

- 5p** a) Să se demonstreze că „ $*$ ” este lege de compoziție asociativă dacă  $b^2 - b - ac = 0$ .
- 5p** b) Să se demonstreze că dacă  $b^2 - b - ac = 0$  și legea de compoziție „ $*$ ” admite element neutru pe  $\mathbb{Z}$ , atunci  $b$  divide  $c$ .
- 5p** c) Pentru  $a = b = 1$  și  $c = 0$ , să se determine  $x \in \mathbb{Z}$  pentru care există  $x' \in \mathbb{Z}$ , astfel încât  $x * x' = x' * x = 0$ .
- 5p** d) Pentru  $a = b = 1$  și  $c = 0$ , să se rezolve în  $\mathbb{Z}$  ecuația  $2^x * 3^x = 0$ .
- 5p** e) Pentru  $a = b = 1$  și  $c = 0$ , să se calculeze  $0 * (-1) * (-2) * \dots * (-13)$ .
- 5p** f) Pentru  $a = b = 1$  și  $c = 0$ , să se rezolve în  $\mathbb{Z}$  ecuația  $x * y = 1$ .