

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea $A = [0,1)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{xy}{2xy - x - y + 1}, \forall x, y \in A$.

5p a) Să se arate că pentru oricare $x, y \in A$, rezultă că $x * y \in A$.

5p b) Să se demonstreze că $x * y = \frac{2xy}{(2x-1)(2y-1)+1}, \forall x, y \in A$.

5p c) Să se demonstreze că, pentru oricare $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ rezultă că $x * x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$.

5p d) Să se demonstreze că legea de compoziție „ $*$ ” admite element neutru pe A .

5p e) Să se determine mulțimea $B \subset A$, $B = \left\{x \in A \mid \text{există } x' \in A, \text{ astfel încât } x * x' = x' * x = \frac{1}{2}\right\}$.

5p f) Să se demonstreze că $(A \setminus \{0\}, *)$ este grup comutativ.