

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

Se consideră mulțimea  $M = \{a + b\sqrt{15} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$  și operațiile „+” și „·” de adunare și respectiv de înmulțire a numerelor reale.

- 5p** a) Să se demonstreze că pentru oricare  $x, y \in M$  rezultă că  $x \cdot y \in M$ .
- 5p** b) Să se demonstreze că pentru oricare  $x, y \in M$  rezultă că  $x + y \in M$ .
- 5p** c) Să se arate că mulțimea  $\{0, 1\} \subset M$ .
- 5p** d) Să se demonstreze că  $(M, +, \cdot)$  este inel comutativ.
- 5p** e) Folosind eventual relația  $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$ , să se determine simetricul elementului  $x = 4 - \sqrt{15} \in M$  în raport cu operația „·”.
- 5p** f) Să se determine două numere  $x, y \in M \setminus \mathbb{Q}$  astfel încât  $x \cdot y \in \mathbb{Q} \setminus \{1\}$ .