

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Se consideră mulțimea $M = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ și operațiile "+" și "." de adunare și respectiv de înmulțire a numerelor reale.

5p a) Să se demonstreze că pentru oricare $x, y \in M$ rezultă că $x + y \in M$.

5p b) Să se demonstreze că pentru oricare $x, y \in M$ rezultă că $x \cdot y \in M$.

5p c) Să se arate că $\{0, 1\} \subset M$.

5p d) Să se demonstreze că numărul $5 - \sqrt{2}$ nu este element inversabil al mulțimii M în raport cu operația ".".

5p e) Să se arate că $(M, +)$ este grup comutativ.

5p f) Să se demonstreze că orice element al mulțimii $H = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 2b^2 = 1\}$ este element inversabil în raport cu operația ".".