

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

În mulțimea \mathbb{Q} a numerelor raționale se consideră submulțimile $M = \{2^n \mid n \in \mathbb{Z}\}$ și $P = \{n^2 \mid n \in \mathbb{Z}\}$.

- 5p** a) Să se demonstreze că produsul oricăror două elemente din M este tot un element al mulțimii M .
- 5p** b) Să se arate că operația " \cdot " de înmulțire a numerelor raționale determină pe mulțimea M o structură algebrică de grup comutativ.
- 5p** c) Să se arate că pentru oricare $x, y \in P$, rezultă că $x \cdot y \in P$.
- 5p** d) Să se determine mulțimea
 $U(P) = \{x \in P \mid x \text{ este element inversabil al mulțimii } P \text{ în raport cu înmulțirea numerelor}\}.$
- 5p** e) Să se demonstreze că produsul a patru elemente din mulțimea M care au exponenți naturali consecutivi este element al mulțimii P .
- 5p** f) Să se arate că $M \cap P \neq \emptyset$.