

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2008(x - 2008)(y - 2008) + 2008$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Să se demonstreze că legea "*" este comutativă pe mulțimea \mathbb{R} .
- 5p** b) Să se determine $y \in \mathbb{R}$, astfel încât $x * y = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Să se determine $z \in \mathbb{R}$, astfel încât $x * z = z$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p** d) Să se demonstreze că, pentru orice $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{2008\}$ rezultă că $x * y \in \mathbb{R} \setminus \{2008\}$.
- 5p** e) Să se arate că legea "*" determină pe $\mathbb{R} \setminus \{2008\}$ o structură algebrică de grup comutativ.
- 5p** f) Să se găsească două numere $a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ cu proprietatea că $a * b \in \mathbb{Z}$.