

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, mulțimea tuturor resturilor obținute prin împărțirea numerelor naturale la 8. Pe mulțimea M se definesc legile de compoziție $x \odot y = r$, unde r este restul împărțirii produsului $x \cdot y$ la 8 și $x \oplus y = p$, unde p este restul împărțirii sumei $(x + y)$ la 8.

Se admite că legile de compoziție " \odot " și " \oplus " sunt asociative.

- 5p** a) Să se întocmească tabla legilor de compoziție " \odot " și " \oplus " definite pe mulțimea M .
- 5p** b) Să se arate că $(5 \oplus 6) \odot 7 = (5 \odot 7) \oplus (6 \odot 7)$.
- 5p** c) Să se calculeze $\underbrace{7 \odot 7 \odot \dots \odot 7}_{2008 \text{ cifre}}$.
- 5p** d) Să se determine simetricele elementelor simetrizabile ale multimii M în raport cu legea " \odot ".
- 5p** e) Se consideră mulțimea $H = \{0, 2, 4, 6\}$. Să se arate că pentru oricare $x, y \in H$, rezultă că $x \odot y \in H$.
- 5p** f) Fie mulțimea $G = \{1, 3, 5, 7\}$. Să se demonstreze că mulțimea G împreună cu legea de compoziție " \odot " formează o structură algebrică de grup comutativ.