

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea numerelor întregi se definesc legile $x * y = ax + by - 2$ și $x \circ y = xy - 2x - 2y + c$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$, cu $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

- 5p** a) Pentru $a = b = 1$, să se determine elementul neutru al legii „ $*$ ” definită pe \mathbb{Z} .
- 5p** b) Pentru $a = b = 1$, să se demonstreze că legea „ $*$ ” este asociativă pe \mathbb{Z} .
- 5p** c) Pentru $c = 6$, să se determine elementele simetrizabile ale lui \mathbb{Z} în raport cu legea „ \circ ”.
- 5p** d) Se consideră mulțimea $H = \{x \in \mathbb{Z} / x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$. Pentru $c = 6$, să se arate că pentru oricare $x, y \in H$, rezultă că $x * y \in H$.
- 5p** e) Să se demonstreze că pentru $a = b = 1$ și $c = 6$ are loc egalitatea $(x * y) \circ z = (x \circ z) * (y \circ z)$, $\forall x, y, z \in \mathbb{Z}$.
- 5p** f) Pentru $a = b = 1$ și $c = 6$ să se arate că $(\mathbb{Z}, *, \circ)$ este inel.