

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea numerelor reale se definesc legile de compoziție $x * y = \frac{(x+1)(y+1)}{2} - 1$,

$$x \circ y = \begin{cases} \frac{(x+1)(y+1)}{2} - 1, & x \in \mathbb{R}^* \text{ sau } y \in \mathbb{R}^* \\ 1, & x = y = 0 \end{cases}.$$

- 5p** a) Să se demonstreze că legea de compoziție “*” este asociativă pe \mathbb{R} .
- 5p** b) Să se arate că există $e \in \mathbb{R}$, astfel încât $x * e = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Să se arate că structura algebrică $(\mathbb{R}, *)$ nu este grup.
- 5p** d) Să se calculeze $\underbrace{(-1) * 0 * 1 * (-1) * 0 * 1 * \dots * (-1) * 0 * 1}_{2007 \text{ termeni}}$.
- 5p** e) Se consideră mulțimea $H = \{-1, 0, 1\}$. Să se arate că pentru oricare $x, y \in H$, rezultă că $x \circ y \in H$.
- 5p** f) Să se determine elementele simetrizabile ale mulțimii $H = \{-1, 0, 1\}$ în raport cu legea de compoziție “ \circ ”.