

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea $G = (\sqrt{2}, \infty) \subset \mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt{x^2 y^2 - 2x^2 - 2y^2 + 6}$, $\forall x, y \in G$.

- 5p** a) Să se verifice că $x * y = \sqrt{(x^2 - 2)(y^2 - 2)} + 2$, $\forall x, y \in G$.
- 5p** b) Să se arate că pentru oricare $x, y \in G$, rezultă că $x * y \in G$.
- 5p** c) Să se demonstreze că legea "*" este asociativă pe G .
- 5p** d) Să se arate că legea "*" admite element neutru pe G .
- 5p** e) Să se demonstreze că mulțimea G împreună cu legea "*" formează o structură de grup.
- 5p** f) Se definesc șirurile $(x_n)_{n \geq 1}$, $(y_n)_{n \geq 1}$, astfel: $x_1 = 2$, $x_{n+1} = x_n * 2$, $y_n = x_n^2 - 2$, $\forall n \geq 1$. Să se arate că numerele y_2, y_3, y_4, y_5 sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.