

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea numerelor raționale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{2}(xy + x + y - 1)$, $\forall x, y \in \mathbb{Q}$.

Se notează cu H mulțimea numerelor întregi impare.

- 5p** a) Să se verifice că $x * y = \frac{1}{2}(x+1)(y+1) - 1$, $\forall x, y \in \mathbb{Q}$.
- 5p** b) Să se arate că legea "*" este asociativă pe \mathbb{Q} .
- 5p** c) Să se demonstreze că legea "*" admite element neutru pe \mathbb{Q} .
- 5p** d) Să se arate că pentru oricare $x, y \in H$, rezultă că $x * y \in H$.
- 5p** e) Să se determine elementele $x \in H$ cu proprietatea că există $x' \in H$, astfel încât $x * x' = x' * x = 1$.
- 5p** f) Să se arate că $x * \frac{1}{x} \geq 1$ pentru orice $x \in (0, \infty)$.