

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$. Se definește șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ prin relațiile $x_1 = 1$, $x_{n+1} = x_n * 1$, $\forall n \geq 1$.

- 5p** a) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $x * (x + 1) = x + 2$.
- 5p** b) Să se demonstreze că legea "*" este asociativă pe \mathbb{R} .
- 5p** c) Să se arate că legea "*" nu admite element neutru pe \mathbb{R} .
- 5p** d) Să se demonstreze că $|x + y| \leq (x * y)\sqrt{2}$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** e) Se definește șirul $(y_n)_{n \geq 1}$, $y_n = x_n^2$, $\forall n \geq 1$. Să se arate că numerele y_2, y_3, y_4, y_5 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p** f) Să se calculeze x_9 .