

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 3x - 3y + 12$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$. Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ dat de relațiile $x_1 = 5$, $x_{n+1} = x_n * 5$, $\forall n \geq 1$.

- 5p** a) Să se arate că $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Să se demonstreze că legea "*" este asociativă pe \mathbb{R} .
- 5p** c) Să se arate că legea "*" admite element neutru pe \mathbb{R} .
- 5p** d) Să se demonstreze că mulțimea $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ împreună cu legea "*" formează o structură de grup.
- 5p** e) Să se calculeze x_5 .
- 5p** f) Se definește șirul $(y_n)_{n \geq 1}$, $y_n = x_n - 3$, $\forall n \geq 1$. Să se arate că numerele y_2, y_3, y_4, y_5 sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.