

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Se consideră matricele $X(a) = \begin{pmatrix} 2a & a+1 & a+2 \\ 0 & a-1 & a-2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$, și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Pentru o matrice

$A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ se notează cu $S_1(A)$ suma elementelor din prima coloană, cu $S_2(A)$ suma elementelor din a doua coloană, cu $S_3(A)$ suma elementelor din a treia coloană și cu M mulțimea de matrice $M = \{A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid S_1(A) = S_2(A) = S_3(A)\}$.

5p a) Să se arate că $I_3 \in M$.

5p b) Să se calculeze $X(1) - 2I_3$.

5p c) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea $\begin{pmatrix} 2a & -7 & 2 \\ 2-2b & 2a-1 & 2 \\ 3 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ să aparțină mulțimii M .

5p d) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ știind că $\det(X(a) + I_3) = 6$.

5p e) Să se arate că oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$, matricea $C = X(a) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ aparține mulțimii M .

5p f) Să se demonstreze că pentru orice matrice $A, B \in M$, matricea $A + B$ aparține mulțimii M .