

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Se consideră mulțimea de matrice $M = \left\{ A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A = \begin{pmatrix} x & a \\ b & x \end{pmatrix} \right\}$ și matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5p a) Pentru $a = 2$, $b = 5$, $x = -2$ să se calculeze $A + 3I_2$.

5p b) Să se determine $a, b, x \in \mathbb{R}$ știind că $\begin{pmatrix} x & a \\ b & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2-b \\ b & a+3 \end{pmatrix}$.

5p c) Știind că $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix} \in M$ și că $\det(A) = 0$, să se determine $x \in \mathbb{R}$.

5p d) Să se determine $a, b \in \{0, 1, 2, 3\}$, astfel încât $\begin{pmatrix} x & a \\ b & x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & a \\ b & x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$.

5p e) Să se arate că matricea $A \in M$, $A = \begin{pmatrix} x & a \\ b & x \end{pmatrix}$ verifică relația $A^2 - 2xA + (x^2 - ab)I_2 = O_2$.

5p f) Să se determine matricea $X \in M$ știind că $X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.