

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Fie mulțimea de matrice $M = \left\{ A(a,b,c) \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid A(a,b,c) = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix} \right\}$ și matricea $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se arate că $I_3 + A(1,2,3) \in M$.

5p b) Să se determine $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea $B = \begin{pmatrix} 2x-3 & 2 & y \\ 5 & y-2 & 2 \\ 4-z & 5 & 8-y \end{pmatrix}$ să aparțină mulțimii M .

5p c) Să se calculeze $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$.

5p d) Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\det(A(1,2,0) + xI_3) = 0$.

5p e) Să se arate că matricea $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ aparține mulțimii M .

5p f) Să se arate că dacă $X = \begin{pmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{pmatrix} \in M$, atunci $X^2 \in M$.