

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea de matrice

$$M = \{X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid X \cdot A = A \cdot X\}.$$

5p a) Să se determine $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $A = xB + yI_3$.

5p b) Să se calculeze $\det(A - 3I_3)$.

5p c) Să se arate că $B \in M$.

5p d) Să se arate că matricea $a \cdot A$ aparține mulțimii M oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.

5p e) Să se determine $x, y, z \in \mathbb{R}$ pentru care $(B + A) \cdot \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

5p f) Să se arate că dacă $X, Y \in M$, atunci $X + Y \in M$.