

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și mulțimea  $M$  a matricelor  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$  cu

proprietatea că determinantul matricei  $X$  este un număr impar.

**5p** a) Să se arate că  $A \in M$ .

**5p** b) Să se calculeze  $A - 2I_3$ .

**5p** c) Să se arate că  $A^3 = I_3$ .

**5p** d) Să se arate că  $A^{-1} \in M$ .

**5p** e) Fie  $B = \begin{pmatrix} 2a-1 & a & 2 \\ -1 & a+1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Să se arate că  $B \in M$  oricare ar fi  $a \in \mathbb{Z}$ .

**5p** f) Să se determine matricele  $Y \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  cu proprietatea că  $A \cdot Y = Y \cdot A$ .