

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 5p** a) Să se determine $x \in \mathbb{R}$, astfel încât $B = A + xI_2$.
- 5p** b) Să se arate că $B^2 = 8A + 5I_2$.
- 5p** c) Să se arate că matricea A aparține mulțimii $C = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid X \cdot B = B \cdot X\}$.
- 5p** d) Să se rezolve în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația matriceală $A \cdot X = B$.
- 5p** e) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\det(A) = a \cdot \begin{vmatrix} \sqrt{2} - \sqrt{3} & \sqrt{3} - 2\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} - 2\sqrt{3} & \sqrt{3} - 2\sqrt{2} \end{vmatrix}$.
- 5p** f) Să se determine valoarea minimă a expresiei $E(x) = \det(A + xB)$ pentru $x \in \mathbb{R}$.