

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Se consideră mulțimea de matrice $M = \left\{ X(a) \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid X(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2a & a+1 \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R} \right\}$.

5p a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, astfel încât $X(a) = I_2$.

5p b) Să se calculeze $X(1) - X(2)$.

5p c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, astfel încât $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ să fie soluție a ecuației $X(a) \cdot A = \begin{pmatrix} 10 \\ 18 \end{pmatrix}$.

5p d) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\det(X(a)) \geq 0$.

5p e) Să se arate că $X(a) \cdot X(b) = X(b) \cdot X(a)$, oricare ar fi $X(a), X(b) \in M$.

5p f) Știind că numărul $a \in \mathbb{R}$ este o soluție a ecuației $x^2 + 2x - 5 = 0$, să se arate că

$$[X(a)]^2 = \begin{pmatrix} 11-4a & 5 \\ 10 & 16-4a \end{pmatrix}.$$